

## TÖBBVÁLTOZÓS FOLYAMATSZABÁLYOZÁS ALKALMAZÁSÁNAK ELŐNYEI ÉS HÁTRÁNYAI AZ ÉLELMISZERIPARBAN

Mihalkó József, Rajkó Róbert

*Szegedi Tudományegyetem, Mérnöki Kar, Folyamatmérnöki Intézet, 6725 Szeged, Moszkvai krt. 5-7.*

*Institute of Process Engineering, Faculty of Engineering, University of Szeged, 5-7. Moszkvai krt., Szeged, Hungary, H-6725*

### Abstract

In the first phase of our work, the theoretical knowledge needed to use the multivariate statistical process control (MSPC) was explored. We have clarified the sometimes confused concepts, equations and formulas. In the second phase, R project simulation studies and some food industrial practical model researches will be carried out for confirming the MSPC advantages compared with the univariate one, e.g. to avoid false negative errors in decisions.

### Bevezetés

A statisztikai folyamatszabályozás (Statistical Process Control, SPC) során akkor történik beavatkozás a termékgyártás adott folyamatába (azaz akkor lesz instabil), ha ismerünk olyan okot, amelynek hatására a minőségjellemző (pl. tömeg, selejtarány) értéke megváltozik. Ha csak a véletlen miatt következik be az eltérés, akkor is szükséges beavatkozni a folyamatba, annak ellenére, hogy stabilnak tekinthető (Kemény et al., 1998).

Az SPC fő eszközei közé az ellenőrző (más néven szabályozó) kártyák (control charts) sorolhatók, amelyeknek két nagyobb csoportjuk van az adott értékelési skála alapján (Kemény et al., 1998):

- méréses ellenőrző kártyák (pl. tömeg)
- minősítéses ellenőrző kártyák (pl. selejtarány).

Ha az adott folyamat nem stabil, akkor megnő az első-, és másodfajú hiba valószínűsége. Az elsőfajú hibánál nem fogadjuk el a nullhipotézist, miközben az igaz. A másodfajúnál viszont elfogadjuk a nullhipotézist, amely nem igaz (Kemény et al., 1998; Kosztyán et al., 2014).

### Módszerek

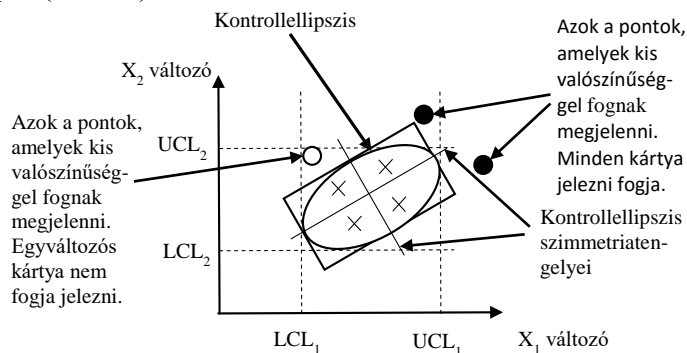
A statisztikai folyamatszabályozáson belül elkülöníthetők az egy-, illetve a többváltozós folyamatszabályozási módszerek. A két módszer közötti fő különbség, hogy az egyváltozós módszereknél (Univariate SPC, USPC) egy ismert változónak az értelmezése történik egy vagy több ismert – nem mesterséges – változóval, míg a többváltozós módszereknél (Multivariate SPC, MSPC) a több ismert változót kevesebb számú mesterséges változóval értelmezzük (Sváb, 1979). Az egyváltozós folyamatszabályozási ellenőrző kártyákra példa a Shewhart-kártyák, a többváltozósokra pedig a Hotelling-féle  $T^2$ -kártya.

Több ismert egymástól független változók esetén lehet külön-külön szabályozókártyával vizsgálni az egyes jellemzőket, azonban ha együtt szeretnénk használni, akkor jelentősen nőhet a téves riasztás valószínűsége. Vannak olyan esetek, amikor a változók egymástól függőek, ekkor csakis a többváltozós folyamatszabályozást lehet alkalmazni, mivel szükségünk van a kovarianciák meghatározására (Ittész, 1999).

A  $T^2$ -eloszlás esetén a változók – előre nem ismert - kovarianciamátrixának becslését kell használnunk. A  $T^2$ -kártya ellenőrzési területe két változó esetén egy ellipszis, több dimenzióban

pedig egy hiperellipszoid lesz, míg ha a két korrelálatlan változót külön-külön vizsgáljuk, akkor egy téglalap felel meg kontrollrégióknak. A kártya akkor fog riasztani, ha a téglalapon vagy az ellipszisen kívül van az adott pont. Korrelálatlan változók esetén az ellipszis tengelyei párhuzamosak a koordinátatengellyel, korrelált változóknál pedig a főkomponensekkel (Ittész, 1999).

Az ellipszis középpontjával megegyező középpontú, és az ellipszis elforgatásával azonos elforgású téglalappal pontosabb eredményt kaphatunk, mint a külön-külön való vizsgálat alapján kapott téglalappal (1. ábra).



1. ábra: Egy- és többváltozós módszerek összehasonlítása

A  $T^2$ -statisztika pontos eloszlása két szemponttól függ (Ittész, 1999):

- egyrészt attól, hogy egyedi vagy csoportosított (ún. „kisminták”-ba sorolható) adatokkal dolgozunk;
- másrészt attól, hogy visszatekintő (retrospektív) elemzést végzünk vagy az aktuális folyamatot felügyeljük: azaz a folyamat korábbi szakaszáról vizsgáljuk meg, hogy szabályozottnak tekinthető-e (I. fázis), vagy a jelenleg működő folyamatról akarjuk megállapítani, hogy fennmaradt-e a szabályozott állapota (II. fázis).

A  $T^2$ -statisztika pontos eloszlásának csoportosítása a fentiek alapján négyféleképpen történhet.

Az I. fázis előtt meg kell arról bizonyosodni, hogy egyrészt független megfigyelésből származzon a mintaalapunk, másrészt az adatok többdimenziós normális eloszlásúak kell lenni, harmadrészt elegendő nagyságú minta álljon rendelkezésünkre (Rogalewicz, 2012).

Az I. fázisban, a stabilizáció szakaszában először megbecsüljük az addig ismeretlen átlagvektort és kovarianciamátrixot, a szabályozási határok ismerete után a kiugró értékeket, más néven outliereket azonosítjuk, és el is távolítjuk a mintából. Majd újraszámítjuk a megmaradt adatokból a határokat, mindaddig, míg nem kerül minden adat az ellenőrzési határokon belülre és már nincs megállapítható ok (Rogalewicz, 2012).

A II. fázisban azonban nehéz értelmezni, hogy mi okozhatta a jel tartományán kívülre kerülését. Lehet, hogy azt az egyik minőségjellemző, esetleg kettő vagy több változó együtműködése, vagy a kovariancia megváltozása váltja ki. Néhány módszert már kidolgoztak erre a problémára, amelyek közül megemlíthető a főkomponens-analízis, valamint az eddigi legjobb eljárásnak tartott MYT-felbontás (Mason et al., 1997), melynek lényege a következő: a  $T^2$ -statisztika felbontását hajtjuk végre  $p$  db derékszögű komponensre, ami után az első változóra nézve kiszámítunk egy feltétel nélküli  $T^2$ -et. Ezt követően pedig a többi részre egy feltételes  $T^2$ -értéket határozzunk meg (Mason et al., 1997, Rogalewicz, 2012).

A vizsgálataink során a  $T^2$ -eloszlás háttérét világítottuk át, mivel a szakirodalmakban ellentmondásokkal találkoztunk, valamint nem volt tisztázva az egyes eloszlásokhoz tartozó képletek alakja, ill. jelentése.

### Eredmények (javított és újraértelmezett összefüggések)

Csoportosított adatok alapján végzett folyamatszabályozás

A-I) Visszatekintő elemzés eloszlása (I. fázis, Phase I)

Tekintsünk  $m_I$  független  $n$  ( $>p$ ) elemű  $p$ -dimenziós normális eloszlású kismintát!

$$T_I^2 = \frac{p(m_I-1)(n-1)}{m_I(n-1)-p+1} F(p, m_I(n-1) - p + 1) \quad (1)$$

A-II) Aktuális folyamat szabályozásának eloszlása (II. fázis, Phase II)

1. lépés: Az A-I) alapján számolt  $T_I^2$  felhasználásával az  $m_I$  kismintából kihagyunk néhányat: az  $m = m_I + (m_I - \text{kihagyott kisminták száma})$ .

$$T_{II,1}^2 = \frac{p(m+1)(n-1)}{m(n-1)-p+1} F(p, m(n-1) - p + 1) \quad (2)$$

2. lépés: Az első lépés alapján számolt  $T_{II,1}^2$  felhasználásával az  $m_2$  kismintából kihagyunk néhányat:  $m = m_1 + (m_2 - \text{kihagyott kisminták száma})$ .

$$T_{II,2}^2 = \frac{p(m+1)(n-1)}{m(n-1)-p+1} F(p, m(n-1) - p + 1) \quad (3)$$

i. lépés: Az (i-1) lépés alapján számolt  $T_{II,i-1}^2$  felhasználásával az  $m_i$  kismintából kihagyunk néhányat:  $m = m_{i-1} + (m_i - \text{kihagyott kisminták száma})$ .

$$T_{II,i}^2 = \frac{p(m+1)(n-1)}{m(n-1)-p+1} F(p, m(n-1) - p + 1) \quad (4)$$

A. Egyedi adatok alapján végzett folyamatszabályozás

B-I) Visszatekintő elemzés eloszlása (I. fázis, Phase I)

Tekintsünk  $n$  ( $>p$ ) elemű  $p$ -dimenziós normális eloszlású egyedi adatot!

$$T_I^2 = \frac{(n-1)^2}{n} \beta\left(\frac{p}{2}, \frac{n-p-1}{2}\right) \quad (5)$$

B-II) Aktuális folyamat szabályozásának eloszlása (II. fázis, Phase II)

1. lépés: A B-I) alapján számolt  $T_I^2$  felhasználásával az  $n_1$  számú mintából kihagyunk néhányat: az  $n = n_1 + (n_1 - \text{kihagyott minták száma})$ .

$$T_{II,1}^2 = \frac{p(n+1)(n-1)}{n(n-p)} F(p, n - p) \quad (6)$$

2. lépés: Az első lépés alapján számolt  $T_{II,1}^2$  felhasználásával az  $n_2$  számú mintából kihagyunk néhányat:  $n = n_1 + (n_2 - \text{kihagyott minták száma})$ .

$$T_{II,2}^2 = \frac{p(n+1)(n-1)}{n(n-p)} F(p, n - p) \quad (7)$$

i. lépés: Az (i-1) lépés alapján számolt  $T_{II,i-1}^2$  felhasználásával az  $n_i$  számú mintából kihagyunk néhányat:  $n = n_{i-1} + (n_i - \text{kihagyott minták száma})$ .

$$T_{II,i}^2 = \frac{p(n+1)(n-1)}{n(n-p)} F(p, n - p) \quad (8)$$

### Következtetések, javaslatok

A többváltozós folyamatszabályozás alkalmazásának vannak előnyei és hátrányai az egyváltozós folyamatszabályozáshoz képest.

Az USPC-nél az I. fázisnál megállapított szabályozási határ alapján történik a II. fázis ellenőrzése. (A  $T^2$ -eloszlásnál jóval egyszerűbb eloszlások alkalmazásával) Vagyis azokat a pontokat jelzi a kártya, amelyek a határon kívül esnek. Így egyszerűbbnek tekinthető a legalább kettő változó külön-külön történő értékelése. Ennél a módszernél nincsenek bonyolult számítások, ellentétben az MSPC-ben használatos pl. MYT-felbontással.

Azonban nem tudhatjuk előre, hogy a vizsgált változók között létezik-e valamilyen fizikai és/vagy statisztikai függőség, ezért érdemes a többváltozós folyamatszabályozás alkalmazása.

Az MSPC bevezetését egy arra alkalmas szoftver implementálásával és validálásával indíthatjuk el. Ennek költségeit nagyobb gyárak, termelő üzemek tudják biztosítani. Az alkalmazásával kialakítható stabil technológiai folyamatok révén produkált egyenletes minőség által termelt nyereség hamar megtéríti a befektetést. Az MSPC bevezetése, az esetleges hiedelmekkel ellentétben, nem jelent egyet a létszámleépítéssel, ugyanis szükség van akkor is a technológiát jól ismerő szakemberekre (pl. az érlelőmesterre), akik az instabil folyamatot eredményező okokat tisztázhatják, és a megfelelő beavatkozást elvégzik.

Kisebb üzemek, amelyek USPC-t alkalmaznak, szintén kiegészíthetik szoftveres minőségbiztosító rendszerüket MSPC-vel, megspórolva a validálás költségeit, bár ebben az esetben az MSPC csak jelzéseket biztosít az automatikus beavatkozás lehetősége nélkül.

Magyarországon nincs elterjedve az MSPC, amellyel hazánkban elsődlegesen közgazdaságtani szakemberek foglalkoztak. Az autópárhenger vizsgálatát mutatja be egy cikk (Kosztján et al., 2014). Az élelmiszeriparban pedig a többváltozós folyamatszabályozással kapcsolatban Ittész András és Zukál Endre mutatott be egy alkalmazási lehetőséget, amely nyers parasztsonka pácolásának a só- és víztartalom alapján történő szabályozásáról szól (Ittész A. et al., 1999).

## **Összefoglalás**

Megállapíthatjuk, hogy az iparban nem elterjedt a többváltozós folyamatszabályozás alkalmazása. Főbb különbségként az említhető meg, hogy bár egyszerűbb, gazdaságosabb a minőségjellemzőket külön-külön egyváltozós módszerrel megvizsgálni, viszont a jellemzők fizikai és/vagy statisztikai okokra visszavezethető együttlváltozása miatt sokkal érdekesebb az MSPC használata, a kevesebb téves riasztás valószínűsége miatt.

Vannak olyan iparágak, ahol szükséges lenne a többváltozós folyamatszabályozás rendszerének kiépítése, például a gyógyszeriparban, autópárhengerben, valamint az élelmiszeriparban. Az első ábra alapján az üres körrel jelölt ponttal megjelenített terméket az egyváltozós folyamatszabályozás elfogadhatónak minősíti, így másodfajú hibát követve el, azaz az USPC a nullhipotézisben megfogalmazott hibátlan termék minősítést fogadja el, a helyett, hogy az MSPC által szabályozott folyamatnak megfelelően azt elutasítaná. Pl. az élelmiszeriparban, ha kikerül az adott gyárból egy hibás termék, akkor egyrészt a vevő a fogyasztás következtében megbetegedhet, másrészt a gyárnak vissza kell hívnia, meg kell semmisítenie az adott tételt gazdasági károkat eredményezve.

Munkánk első fázisában az MSPC használatához szükséges elméleti ismereteket néztük át, az alkalmazható összefüggések alakjait és szerepüket tisztáztuk. A második fázisban R project-ben megvalósított szimulációs vizsgálatokkal igazoljuk az MSPC előnyeit az USPC-vel szemben.

## **Irodalom**

- [1] Sváb J. (1979): *Többváltozós módszerek a biometriában*, Mezőgazdasági Kiadó, Budapest 13 19. (16.)
- [2] Kemény S., Papp L., Deák A.(1998): *Statisztikai minőség- (megfelelőség-) szabályozás*, Műszaki Könyvkiadó – Magyar Minőség Társaság, 56-57. és 81-83.
- [3] Kosztján Zs. T., Katona A. I. (2014): Kockázatalapú többváltozós szabályozó kártya kidolgozása a mérési bizonytalanság figyelembe vételével, *Kulturális és társadalmi sokszínűség a változó gazdasági környezetben*, 151-152. és 159-161.
- [4] Rogalewicz M.(2012): Some Notes on Multivariate Statistical Process Control, *Management and Production Engineering Review*, 3(4), 80-86.
- [5] Ittész A. (1999): Többváltozós statisztikai folyamatszabályozás, *Minőség és Megbízhatóság*, 33(5), 226-231.

- [6] Ittész A., Zukál E. (1999): Többváltozós folyamatszabályozás alkalmazási lehetőségei a húsiparban, *A Hús*, 9(3), 179-183.
- [7] Mason R.L., Tracy N.D., Young J.C., A practical approach for interpreting multivariate  $T^2$  control chart signals, *Journal of Quality Technology*, 29(4), 399., 1997.